

## **Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2020-21**

**PROFESOR/A:** Andrei Jaikin y Carolina Vallejo

*Número máximo de TFG que solicita dirigir:* 2+2

**TÍTULO:** Ampliaciones de Teoría de Grupos y Teoría de Galois

*Válido para más de un estudiante:* Sí

Resumen/contenido:

Este trabajo pretende introducir al estudiante a algunos de los temas avanzados de Teoría de Grupos, Teoría de Galois y sus aplicaciones. El tema concreto se asignará en Septiembre/Octubre dependiendo del interés del estudiante y de sus conocimientos previos. Algunos posibles temas y bibliografía correspondiente se presentan a continuación.

### **a) El teorema de resolubilidad de Burnside.**

Es un teorema que dice que un grupo finito divisible por 2 primos es resoluble. Este trabajo puede ser por un lado una introducción a la teoría de representaciones de grupos finitos porque la demostración original de Burnside usa esta teoría y por el otro lado puede servir para ampliar conocimientos de Teoría de Grupos, porque existe ya una demostración que no usa representaciones.

*Requisitos:* Una base sólida en Teoría de Grupos Finitos.

*Bibliografía:*

1. I. M. Isaacs, 'Character theory of finite groups', AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island, 2006.
2. I. M. Isaacs. Finite group theory , volume 92 of Graduate Studies in Mathematics . American Mathematical Society, Providence, RI, 2008.

### **b) 2-Grupos con $1+4m$ involuciones: de Taussky a Alperin-Feit-Thompson.**

En este trabajo estudiaremos 2-grupos finitos que tienen el número de elementos de orden 2 congruente con 1 módulo 4. Veremos como una combinación de distintas técnicas de Teoría de Grupos ayuda a dar una lista completa de grupos que satisfacen estas condiciones.

*Requisitos:* Una base suficientemente sólida en Teoría de Grupos Finitos y alguna familiaridad con Teoría de Caracteres (e.g. un curso introductorio).

*Bibliografía:*

1. Y. Berkovich. Alternate proofs of some basic theorems of group theory. *Glasnik Matemacki* Vol. 40 (60) (2005), 207 – 233.
2. Y. Berkovich. Short proofs of some basic characterization theorems of finite p-group theory. *Glasnik Matemacki* Vol. 41 (61) (2006), 239 – 258.
3. I. M. Isaacs, ‘Character theory of finite groups’, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island, 2006.
4. O. Taussky, A Remark on the Class Field Tower\*, *J. London Math. Soc.* (1937) 82–85.

### **c) Los números construibles y origami.**

En este trabajo veremos algunas aplicaciones de Teoría de Galois a origami.

*Requisitos:* Haber cursado satisfactoriamente la asignatura “Teoría de Galois” (o una asignatura con contenido similar sobre extensiones de cuerpos).

*Bibliografía / referencias:*

1. <http://courses.csail.mit.edu/6.849/fall10/project.html>

### **d) Construcción de grafos expander y aplicaciones.**

Supongamos que queremos diseñar una red (de ordenadores, carreteras, etc.) con muchos nodos. Cada enlace en esta red es muy costoso. Por lo tanto vamos a usar pocas conexiones. Sin embargo, queremos que si, como resultado de una anomalía, algunos enlaces se rompen, sólo un número pequeño de nodos se queden desconectados. Claramente este problema tiene una interpretación en términos de grafos. Los grafos que hay que construir se llaman grafos expander. Durante el desarrollo del trabajo veremos alguno de los muchos métodos de construcción de expanders y sus aplicaciones.

*Requisitos:* Una base sólida en Teoría de Grupos Finitos.

*Bibliografía / referencias:*

1. A. Jaikin-Zapirain, **Grafos, grupos y variedades: un punto de encuentro**, *La Gaceta de la RSME*, Vol. 16 (2013), Núm. 4, Págs. 761–775. <http://matematicas.uam.es/~andrei.jaikin/preprints/Expanders.pdf>